Condução em Sólidos Iônicos



Fig. 3.2 Electrical conductivity versus temperature for ceramic materials with various types of conduction behavior. [From W.J. Weber, H.L. Tuller, T.O. Mason, and A.N. Cormack, *Mat. Sci. Eng. B*, 18, 52 (1993).]

Estrutura Eletrônica – Arranjo Tridimensional



Rede Cristalina Espaço Direto, Espaço Recíproco e Zona de Brillouin

Redes 2D

Construindo outra célula unitária a partir da mesma rede: *Célula de Wigner-Seitz*



Figure 1.1: 2D lattice with 4 atoms in the primitive cell. Primitive lattice vectors of the cell, \mathbf{a}_1 and \mathbf{a}_2 , drawn from the atom number 1 are also shown.

Rede direta 2D Vetores de rede $a_1 e a_2$ Vetor de Translação

$$L = n_1 a_1 + n_2 a_2$$



Figure 1.2: Construction of the Wigner-Seitz cell.

A célula de *Wigner-Seitz* é uma célula unitária construída ligandose os pontos entre os vizinhos mais próximos com um segmento de reta e passando planos perpendiculares na metade destes segmentos de reta. Podemos construir várias destas células.

Espaço Recíproco

 No lugar de usar os vetores a₁, a₂, e a₃ podemos usar um outro trio de vetores b₁, b₂, b₃ tais que:



Células Unitárias Wigner-Seitz no Espaço Recíproco ou Zona de Brillouin





Espaço Real Exemplo de Construção de uma célula unitária do tipo **Wigner-Seitz**

Espaço Recíproco Exemplo de Células de Wigner-Seitz = Zonas de Brillouin

Zonas de Brillouin 3D



Nas zonas de Brillouin mostradas estão marcados os pontos na superfície que encontram equivalentes nas respectivas faces opostas.

Estrutura Eletrônica Sólidos

Estrutura de Bandas Densidade de Estados

Empacotamento dos Níveis de Energia nos Sólidos

Se pensarmos num fio metálico de 1mm (1mm = 2x10⁷ vezes o raio de Bohr; a₀= raio de Bohr = 0,53Å), teremos os níveis de energia muito próximos uns dos outros formando um quase-contínuo numa região muito pequena. Na verdade teríamos a diferença de energia entre dois níveis consecutivos de energia igual a aproximadamente 10⁻¹² eV.

Níveis densamente empacotados formando bandas.

Abordagem CLOA para a Teoria de Bandas

Abordagem Fenomenológica (Intuição Química)



Empacotamento dos estados numa região de energia com o aumento de funçõesde-onda a serem combinadas nas funções que descreverão os estados de energia no sólido.

R.Hoaffman. Solids and Surfaces: A Chemist's View of Bonding in Extended Structures. VCH Publishers. 1988.

• Orbitais Moleculares em um Sólido Cristalino.

Teorema de Bloch

$$\psi_k = \sum_n e^{ikna} \chi_n$$

k funciona como o número quântico dos orbitais moleculares na rede cristalina. Para cada valor de k h^c verá uma energia e uma simetria(forma) específica.

Quanto maior o valor de k maior o número de nódulos e maior a energia do orbital.

$$E_{c} = \frac{mv^{2}}{2} = \frac{p^{2}}{2m}$$
$$\frac{1}{k} = \lambda = \frac{h}{p} \therefore p = hk$$
então $E_{c} = \frac{h^{2}k^{2}}{2m}$

Tight-Binding Approach "Polímero de Hidrogênio"



Fórmula de Euler = $e^{ix} = \cos(x) + isen(x)$ onde $x = n\pi$

Neste ponto, devemos nos lembrar da relação existente entre o número de nodos em uma função-de-onda (χ) e a energia da mesma. Para tanto vamos recorrer ao famoso exercício da Mecânica Quântica chamado de <u>Elétron na Caixa</u>.

Como estimar a ordem de energia das funções-de-Bloch?

Vamos retornar aos primeiros cursos de Teoria Atômica.

O Elétron na Caixa



$$\chi_n = Csen(nkx); k = \pi/a$$
$$E_n = n^2 \left(\frac{h^2}{8ma^2}\right); n = 1, 2, \dots$$

٠



Podemos ver que a Energia de uma função-de-onda é diretamente proporcional ao número de nodos desta função!!! Vamos voltar a nossa função de Bloch.



Visualizando as Funções-de-Bloch



Fig. 3.12 Schematic illustration of the phase factors (represented by arrows) for the states k = 0, $\pi/2a$, and π/a , for the infinite ring corresponding to the bottom, middle, and top of the band.

Visualizando as Funções-de-Bloch



P.A.Cox, The Electronic Theory and Structure of Solids. Oxford Science Publisher.

Exercício com Funções-de-Bloch

- 1) Tende trabalhar a função-de-Bloch para $\mathbf{k} = \pi/\mathbf{a}$ à direita usando a fórmula de Euler para demonstrar a validade do resultado mostrado e do orbital do cristal desenhado.
- 2) Calcule a função de Bloch para 10 valores de **k** entre $0(zero) e \pi/a$.
- Ordene as funções-de-onda do cristal (funções de Bloch) em ordem crescente de energia baseado no que você aprendeu sobre a relação entre número de nodos e a energia dos orbitais.

Estrutura de Banda Banda s



Três formas diferentes de desenhar a Estrutura de Banda



Estrutura de Banda Largura da Banda: Influência da distância entre as funções de base hidrogenóides

$$E_{\pm} = \frac{H_{AA} \pm H_{AB}}{1 \pm S_{AB}}$$

$$a = 3^{A}$$

$$a = 2^{A}$$

$$a = 1^{A}$$

Estrutura de Banda CLOA de Funções-de-Onda p_z



Estrutura de Banda p_{z} estilizada.

Energia das Funções-de-Onda

Cadeia Linear de Átomos Periodicamente Espaçados Potencial Periódico



Gráfico mostrando como E(k) varia ao longo de k, chamado de Estrutura de Bandas, que mostra uma descontinuidade após $\pm \pi/a$, ou seja, após a **1^a Zona de Brillouin**. A descontinuidade recebe o nome de Banda Proibida ou Gap porque não existem estados (níveis) de energia nesta região.

Funções de Bloch Orbitais s e p_z

Plano de Átomos de H d(H-H) = 2,0Å

Redes 2D de H's CLOA de Orbitais s para gerar a **Banda s**



Zero nodos (totalmente ligante)













 $k_x = 0, k_y = \pi/a$

Х

Estrutura de Banda 2D



Zona de Brillouin 2D



Os orbitais p_z levam a funções-de-Bloch similares àquelas encontradas para a combinação linear dos orbitais s.

Funções de Bloch Orbitais $p_x e p_y$ Plano de Átomos de H d(H-H) = 2,0Å

Combinações Lineares de Orbitais p_x e p_y no Polímero 2D de H



Estrutura de Banda Polímero de H



Zona de Brillouin quadrada

Repare que a energia banda da num determinado ponto grau reflete de 0 superposição dos orbitais atômicos que a compõem naquele ponto do espaço recíproco.

Estrutura de Banda ZB quadrada

Polímeros de Coordenação Unidimensionais

K₂[Pt(CN)₄]X_{0,3} Síntese

- Pt + HBr (48%) + Br₂ \rightarrow H₂PtBr₆
- 9g + 63ml + 30ml
- $H_2PtBr_6 + KBr \rightarrow K_2PtBr_6$
 - 16.4 g 32.2 g
- $K_2PtBr_6 + NH_2NH_2 \cdot H_2SO_4 + H_2O \rightarrow K_2PtBr_4$ 32.2 g + 2.3 g + 150 ml 16.2 g $K_2PtBr_4 + KCN + H_2O \rightarrow K_2Pt(CN)_4 \cdot 3H_2O$
 - 16.2 g + 7.3 g + 20 ml 8.88 g

R. B. Saillant, R. C. Jaklevic, and C. D. Bedford Scientific Research Staff, Ford Motor Company Dearborn, Michigan 48121

Mat. Res. Bull. Vol. 9, pp. 289-294, 1974.

K₂[Pt(CN)₄]X_{0,3} Síntese

 $K_2Pt(CN)_4 \cdot 3H_2O + Br_2 + H_2O \rightarrow K_2Pt(CN)_4Br_2 \cdot 2H_2O$ 1.5 g + 2 ml + 25 ml 1.94 g



$[Pt(CN)_{4}]^{2-}$



Crystal Structure of $Cs_2[Pt(CN)_4]Cl_{0.30}$



Figure 2. Perspective view showing the cesium cation coordination sphere. Distances are in angstroms.

Figure 1. Perspective view of the unit cell of $Cs_2[Pt(CN)_4]Cl_{0.30}$. Thermal ellipsoids are shown at the 50% probability level. The Pt-Pt spacings are constrained to a value of c/2.

[Pt(CN)₄]²⁻

Table II. Bond Distances (A) and Angles (deg) for the Isostructural (I4/mcm) Complexes Cs₂ [Pt(CN)₄]Cl_{0,30}, Cs₂ [Pt(CN)₄](FHF)_{0,39}, and Rb₂ [Pt(CN)₄](FHF)_{0,40} ^a

	$Cs_{2}[Pt(CN)_{4}]-Cl_{0.30}$	Cs ₂ [Pt(CN) ₄]- (FHF) _{0.39}	Rb ₂ [Pt(CN) ₄]- (FHF) _{0.40}
Pt-Pt (intra)	2.859(1)	2.833 (1)	2.798 (1)
Pt-C	2.026 (8)	2.015 (9)	2.00(1)
C-N	1.13(1)	1.13 (1)	1.15(1)
Pt-Pt (inter)	9.317	9.233	8.972
Pt-C-N	178.9 (8)		180(1)
$[Pt(CN)_4]_x$ (torsion)	41.7 (5)	41.7 (5)	40.8 (6)

^a Standard deviation of least significant digit is given in parentheses.

Condutor 1D (PtH₄)_n

 Duas formas de empilhamneto ao longo do eixo z (ligação Pt-Pt) são mostrados abaixo. Na primeira o empilhamento se dá com a completa superposição dos átomos de H, e no segundo o plano equatorial de uma molécula foi girado de 45° em relação ao outro.



Selecionando e Classificando os Orbitais do Ligante e do Metal $[PtH_4]^{2-}$

• Simetria da Molécula = D_{4h}

	$D_{\infty h}$	<i>C</i> _{2v}	<i>D</i> _{3h}	C _{3v}	<i>D</i> _{4h}	C_{4v}	$D_{\rm 5h}$	\mathcal{L}_{5v}	D _{6h}	\mathcal{L}_{6v}	T_{d}	0 _h
S	$\cdot \sigma$	A ₁	A'_1	A ₁	A _{1a}	A ₁	A'	A ₁	A.	Δ.	Δ	Λ
p_{χ}	π	B ₁	Ε'	E,	E,	Ē	ΕĹ	E.	F.	E	71 T	м _{1g} т
p_{y}	π	B_2	Ε'	E	E	F	F'	F	E E	L1 E	12 T	l1u T
p _z	σ .	Α ₁	A_2''	A1	A	Ā,	Δ″	Γ1 Λ	L1u ∧	Γ ₁ Λ	1 ₂	l 1u
d _z 2	σ	A ₁	$A_1^{\overline{\prime}}$	A1	A.	Δ.	Λ2 Δ'	Λ	A _{2u}	A ₁	12	lu
$d_{x^2 - v^2}$	δ	A ₁	E′	F	B.	R	Π Ε/	А ₁ С	А _{1g} г	А ₁	E	Eg
d_{xv}	δ	A ₂	E'	F	B.	B R		Е ₂ Г	E _{2g}	E ₂	E -	Eg
d_{vz}	π	B	- F″	F	E F	D ₂ С	^с 2 г″	Е ₂	E _{2g}	E ₂	1 ₂	T _{2g}
d_{zx}	π	B_1^{-2}	Ε″	Ē	E _a	E	ε ₁ Ε″	E1 E1	t₁g F₁	E ₁	T ₂ T	T _{2g}

DF Shriver et all, Inorganic Chemistry.
Selecionando e Classificando os Orbitais do Ligante e do Metal $[PtH_4]^{2-}$



DF Shriver et all, Inorganic Chemistry.

Combinando os orbitais atômicos da Pt e os orbitais adaptados por simetria dos ligantes



Monômero

 Diagrama de Orbitais Moleculares para a molécula de PtH₄²⁻ (monômero do nosso polímero) derivado com a ajuda da Teoria de Grupo.





Densidade de Estados Dos

Densidade de Estados

 Para podermos inferir sobre o "espalhamento" dos níveis de energia definimos a Densidade de Estados, ou seja, o número de estados de energia entre E e E+dE, matematicamente temos:

n(E)dE = concentração de elétrons com uma energia entre E e dE n(E) = N(E).f(E)

N(E) = densidade volumétrica de níveis eletrônicos de energia E

f(E) =função de distribuição de Fermi - Dirac

N(E) = DOS(E)

Densidade de Estados

DOS(E)dE = number of levels between E and E + dE





DOS Polímero de PtH₄²⁻



Funções com grande probabilidade de densidade no plano xy interagem pouco entre si ao longo da cadeia do polímero e portanto resultam em bandas estreitas (p.ex.d_{xy} e Pt-H)

Funções com grande probabilidade de densidade na direção z interagem mais entre si e resultam em bandas mais largas. (p.ex. $d_{z2} e d_z$).

Comparação DOS Intuição vs Calculado



DOS Rutila



Arranjo do TiO₂, rutila, esferas pequenas são os íons de Ti(IV) e as grandes de O²⁻.



Crystal Orbital Overlap Population Analysis COOP do TiO₂



COOP é o equivalente da análise populacional de Mulliken dos orbitais moleculares.



Nível de Fermi

Populando os Níveis Eletrônicos Nível de Fermi

Critério de preenchimento- Princípio de Exclusão de Pauli. ullet



As duas representações dizem a mesma coisa, a configuração eletrônica do sistema.

Influência da Temperatura na Distribuição Eletrônica

- Ao aumentarmos a temperatura os elétrons tendem a ocupar estados de energia mais altos como mostrado na Figura ao lado procurando minimizar a energia livre.
- Em qualquer temperatura o último nível de energia a receber elétron(s) é chamado de nível de Fermi (E_F) .
- A menor energia livre numa determinada T será atingida quando a probabilidade que um nível de energia E seja populado siga a função de Fermi-Dirac (f(E))



Função de Fermi-Dirac



Fig. 2.5 Variation in Fermi probability function, F(E), as a function of electron energy E.

Chiang, Y-M., et all; Physical Ceramics. p.122

Nível de Fermi Metais e Semicondutores Intrínsecos



2.42 The shape of the Fermi distribution (a) at T = 0 and (b) at T > 0. The population decays exponentially at energies well above the Fermi level.

Nível de Fermi Semicondutores Intrínsecos

$$E_F = \frac{\left(E_c + E_v\right)}{2} + \frac{kT}{2} \ln\left(\frac{N_v}{N_c}\right)$$

 $E_g = \frac{E_c + E_v}{2}$ = Energia da banda proibida ou energia do GAP

$$N_{c} = \left[\frac{\left(2\pi m_{e}^{*}kT\right)}{h^{2}}\right]^{3/2} \approx 10^{19} \, cm^{-3} \, (T = 300 \, K)$$

$$N_{v} = \left[\frac{\left(2\pi m_{h}^{*}kT\right)}{h^{2}}\right]^{3/2} \approx 10^{19} \, cm^{-3} (T = 300K)$$

 m_i = massa efetiva dos elétrons na banda de condução ou massa efetiva das lacunas (h⁺) na banda de valência

Massa Efetiva dos Portadores de Carga Elétrons e Lacunas

$$m^* = \frac{\hbar^2}{\left(\frac{d^2 E}{dk^2}\right)}$$

Assim, a massa efetiva do portador num ponto qualquer da estrutura de bandas depende da curvatura da banda naquele ponto.

Semicondutor	m _é	m _{h+}
Si (4,2K)	1,08	0,56
Ge	0,55	0,37
GaAs	0,067	0,45
InSb	0,013	0,6
ZnO	0,19	1,21

Nível de Fermi Semicondutores Intrínsecos



Gap Direto e Indireto

 Gap direto: o máximo na banda de valência <u>tem o mesmo valor de k</u> do mínimo da banda de condução.

 Gap Indireto: o máximo na banda de valência <u>não tem o mesmo valor de k</u> do mínimo da banda de condução.

Estrutura de Banda Gap Direto e Indireto



Gap direto é quando o menor valor de E_g obtido do diagrama de estrutura de banda se faz entre duas bandas sem que haja variação de k (**ver figura b**), ao passo que temos materiais a **Gap indireto** quando ocorre variação de k (**ver a figura c**).

Resistividade e Condutividade Elétrica das Cerâmicas

 Condutividade elétrica é definida como o fluxo de carga por unidade de campo elétrico, sendo dada em S.m⁻¹ (S =Siemens=Ω⁻¹), ou (Ω.cm)⁻¹.

 $\sigma = 1/\rho$

 σ = condutividade elétrica total

 ρ = resistividade elétrica total

Alguns Valores de Resistividade

- Cobre 1,7x10⁻⁶ ohm.cm
- Tungstênio 5,5x10⁻⁶ ohm.cm
- ReO₃ 2x10⁻⁶ ohm.cm
- CrO₂ 3x10⁻⁵ ohm.cm
- Fe₃O₄ 10⁻² ohm.cm
- SiC 10 ohm.cm
- Ge (intrínseco) 40
- SiO_2 vítrea > 10¹⁴ ohm.cm



Condutividade Elétrica

Condutividade Eletrônica

Condutividade lônica

Condutividade Elétrica Total

a condutividade elétrica total de um material pode ter contrbuintes iônicos e eletrônicos $\sigma_{total} = \sum_{i} \sigma_{i};$

Ou seja, condutividade iônica e eletrônica devido a todos os portadores de carga.

Número de Transferência (t)



 $t_{i\hat{o}nica} >> t_{eletr\hat{o}nica}$ condutor iônico ZrO_2 $t_{i\hat{o}nica} << t_{eletr\hat{o}nica}$ condutor eletrônicoMgO intrínseco e CoO e NiO(tipo p) $t_{i\hat{o}nica} \cong t_{eletrônica}$ condutor mistoMgO dopado com Al³⁺

Condução Eletrônica

Condução Eletrônica

$$\sigma_{eletrônica} = \sigma_{elétrons} + \sigma_{lacunas}$$

$$\sigma_{i} = c_{i} z_{i} e \mu_{i}$$

$$\mu_{i} = \frac{e \tau}{m_{i}^{*}} = \text{mobilidade do portador de carga}$$

 τ = tempo de relaxação característico

Bandas e a Classificação dos Sólidos Metálicos, Semicondutores e Isolantes



Estrutura de Bandas Metais, Isolantes e Semicondutores



Condutores Elétricos

Rede Cristalina e Funções de Bloch da Grafite

Usando apenas as funções pz







Fig. 4.26 Bloch sums of p_z orbitals for different wave-vectors in graphite. Negative LCAO coefficients are shown shaded circles. At P the non-zero coefficients have the values +1 and -1/2.

Estrutura de Banda Grafite



Estrutura de Banda ReO₃



Fig. 4.20 The ReO₃ structure (Re^{6+} : •; O^{2-} : 0)

Funções de Bloch Interação Re-O-Re



Estrutura de Banda e DOS ReO


Estrutura de Banda TiO



Fig. 4.19 (a) Band system for TiO viewed in terms of condensing TiO₆ molecular orbitals; (b) Overlapping of t_{2g} orbitals of Ti²⁺ ions to produce the partly-filled band

Semicondutores

Exemplos de GAP Direto e Indireto Semicondutores Intrínsecos



Dependência do GAP Temperatura



FIG. 3. Experimental values for the band-gap energy at elevated temperatures and the corresponding Varshni equation are compared to theoretical predictions.

Energia do GAP vs Temperatura

Semicondutores Intrínsecos



Semicondutores Extrínsecos Dopagem



Figure 8.7. Energy levels for isolated impurities in silicon, with the ionization energies in parentheses. The energies are measured from the nearest band edge and are reported in electron volts. Donors are indicated with a plus charge and acceptors with a minus charge, their charges after ionization leading to conduction-band electrons and valence-band holes, respectively. (Adapted from reference 5.)

Nível de Energia da Borda das Bandas ($E_c e E_v$) **vs** Temperatura Silício Intrínseco



Quadro Resumo Simplificado

Estrutura de Banda, DOS, Distribuição de Fermi-Dirac e Concentração de Portadores



Energia do Gap e Composição Química

Estrutura Cristalina e Zona de Brillouin





Célula Unitária do tipo Blenda de Zinco característica do Si, Ge e XY (onde X é do grupo IIIA e Y é do grupo VA).

Zona de Brillouin para a célula unitária do tipo blenda de Zinco. Os pontos de maior relevância são mostrados com seus símbolos de simetria.

Zona de Brillouin dentro da Célula Unitária FCC



Fig. 2.13 Primitive translations in the body centered cubic lattice (after C.Kittel: Einführung in die Festkörperphysik. München: R.Oldenbourg. 1968).



Fig. 2.14 First Brillouin zone for the face centered cubic lattice (after C.Kittel: Einführung in die Festkörperphysik. München: R.Oldenbourg. 1968).

Semicondutores Binários

Gap e Eletronegatividade Célula Unitária FCC

Table 7.3 Periodic Properties of a Family of Isoelectronic,					
Tetrahedral Semiconductors					
Materiala	Cubic Unit-Cell Parameter, Å ^b	Δχς	E_g , eV (λ , nm) d		
Ge	5.66	0.0	0.66 (1900)		
GaAs	5.65	0.4	1.42 (890)		
ZnSe	5.67	0.8	2.70 (460)		
CuBr	5.69	0.9	2.91 (430)		



Estrutura de Banda Semicondutores cerâmicos de Ga Múltiplas E_a



FIG. 1. Band structure of gallium compounds.

C.Hilsum, Some Key Features of III-V Compounds. In : Semiconductors and Metals. Willardson, R.K. e A.C. Beer, Vol. 1., cap. 1, p.4., 1966.

Análise da População das Funções de Bloch GaAs (AB)

Lembrete: em cada direção ou ponto do espaço recíproco eu tenho funções de Bloch que são originadas pela combinação linear dos orbitais atômicos dos átomos do meu cristal.

 $\Gamma_{15} = \phi_{px}(Ga) + \lambda_p \phi_{px}(As)$ $\Gamma_1 = \phi_s(Ga) + \lambda_s \phi_s(As)$

> A = Ga B= As



Energia de GAP Semicondutores Cerâmicos do tipo III-V

TABLE II

Energies above Γ_{15} Valence Band Maximum of Three Principal Conduction Band Minima (77°K)

Material	Γ_1	X_1	L_1	$\Delta \chi$
GaSb	0.80 eV	1.2 eV	0.88 eV	0
GaAs	1.52	1.85	2.0	0.28
GaP	2.88	2.32	(2.7)	0 1/
AlSb	2.20	1.65	1.95	0,14
AlAs	3.00	2.25	3	0,73
AlP	>4	3		0,09
InSb	0.22	(1.0)	(0.8)	0,33
InAs	0.43	(1.6)	(1.5)	·
InP	1.40	(1.8)	(2.1)	

C.Hilsum, Some Key Features of III-V Compounds. In : Semiconductors and Metals. Willardson, R.K. e A.C. Beer, Vol.1., cap.1, p.9., 1966.

Isolantes Cerâmicos

Estrutura de Banda KCI e AgCI



Fig. 4.30 Calculated band structures for KCl and AgCl. The labels on the *k* axis show different directions for the wave-vector. In KCl the K *3d* levels are empty and mix with the conduction band; in AgCl the filled *4d* levels mix with the Cl *3p* valence band orbitals. The indirect band gap of AgCl can be seen. (From M. L. Cohen and V. Heine, *Solid State Phys.*, 24 (1970), 169; J. Shy-Yih Wong, M. Schluster, and M. L. Cohen, *Phys. Stat. Solidi* (*B*), **77** (1976), 295.)

Gap em Isolantes Sólidos Iônicos



SOURCE: Adapted from reference 20.

Figure 7.25. Band-structure diagram for NaCl. The valence be primarily chlorine 3p in character. The conduction band is primarily sodium 3s in character, and there is overlap in energy with the sodium 3p band.

Estrutura de Banda c-BN





Célula unitária do c-BN tipo β -ZnS

Estrutura de Banda calculada para o c-BN

Repare que o E_F não corta nenhuma banda em nenhuma direção e que a menor diferença de energia entre as bandas abaixo e acima de E_F é de c.a.5eV (= E_{Gap}); o que permite classificar este material nesta forma cristalina como isolante.



efurl=http://www.crystal.unito.it/tutojan2004/tutorials/G_properties/properties_tut.html

Condutividade Iônica

$$\sigma_{i\hat{o}nica} = c_i z_i e \mu_i = \frac{c_i z_i^2 e^2 D_i}{kT}$$

 $c_i = \text{concentração de íons}$

- z_i = valência (equivalentes/mol);
- μ_i = mobilidade iônica
- $D_i = coeficiente de difusão = kTB_i$
- B_i = mobilidade química absoluta